



**Mesure des coefficients de transport
thermique et électrique dans les
matériaux thermoélectriques massifs :
principes et pratiques**

E. Alleno

Institut de Chimie et Matériaux Paris-Est
2-8, rue H. Dunant 94320 THIAIS
FRANCE

Introduction

Matériau thermoélectrique:

$$ZT = \frac{\alpha^2 T}{\rho \lambda}$$

α = coefficient Seebeck
 ρ = résistivité électrique
 λ = conductivité thermique



Rendement des dispositifs thermoélectriques

Objectifs

1. Montrer comment $\alpha(T)$, $\rho(T)$, $\lambda(T)$ sont couramment mesurés
2. Matériaux thermoélectriques: éviter des erreurs systématiques de mesure

Calcul d'incertitude

$$ZT = \frac{\alpha^2 T}{\rho \lambda}$$

α , ρ et λ : 3 variables aléatoires

Suppose chaque variable aléatoire suit une loi normale (loi de Gauss)

1^{er} cas, variables totalement corrélées: α^2

$$C = A \times B \quad \left(\frac{\sigma_C}{C} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_A}{A} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B} \right)^2 + 2 \left(\frac{\sigma_A}{A} \cdot \frac{\sigma_B}{B} \right)$$

2^{er} cas, variables indépendantes: α^2 , ρ , λ

$$C = A \times B \quad C = \frac{A}{B} \quad \left(\frac{\sigma_C}{C} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_A}{A} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B} \right)^2$$

$$\left(\frac{\sigma_{ZT}}{ZT} \right)^2 = 4 \left(\frac{\sigma_\alpha}{\alpha} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_\rho}{\rho} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_\lambda}{\lambda} \right)^2$$

$$\left(\frac{\sigma_\alpha}{\alpha} \right) = \left(\frac{\sigma_\rho}{\rho} \right) = \left(\frac{\sigma_\lambda}{\lambda} \right) = 10\%$$

$$\frac{\sigma_{ZT}}{ZT} = 25\%$$

Coefficient Seebeck

Définition

(en l'absence de courant électrique !)

$$\text{grad}(-V) = \alpha \text{ grad}T \text{ ou } \mathbf{E} = \alpha \text{ grad}T$$

V: potentiel électrostatique

α : coefficient Seebeck

Relation vectorielle: α tenseur, pas pris en compte ici !

Mesure différentielle

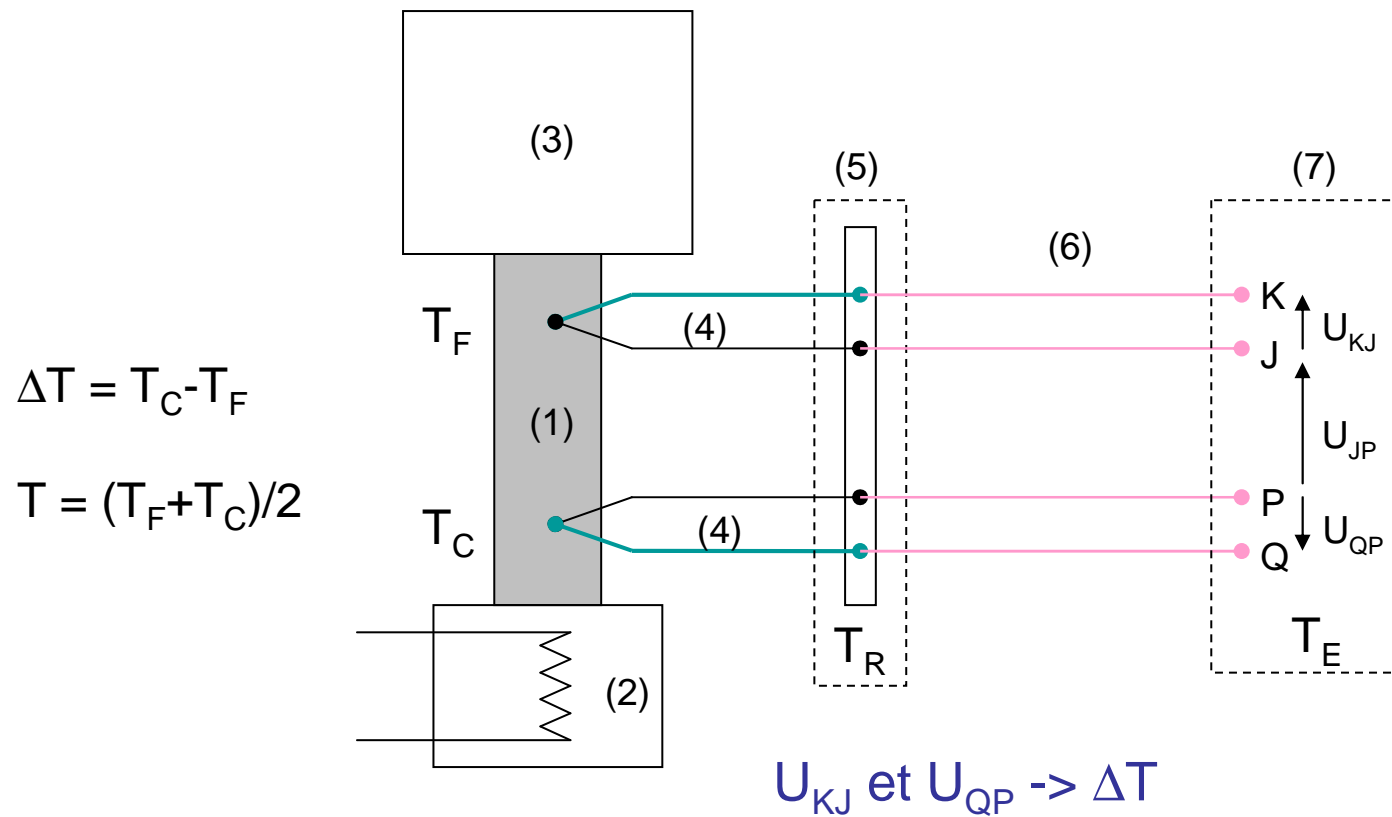
- ΔT imposé et mesuré
- ΔV mesurée

ΔT « petit »: $\Delta T \ll T$

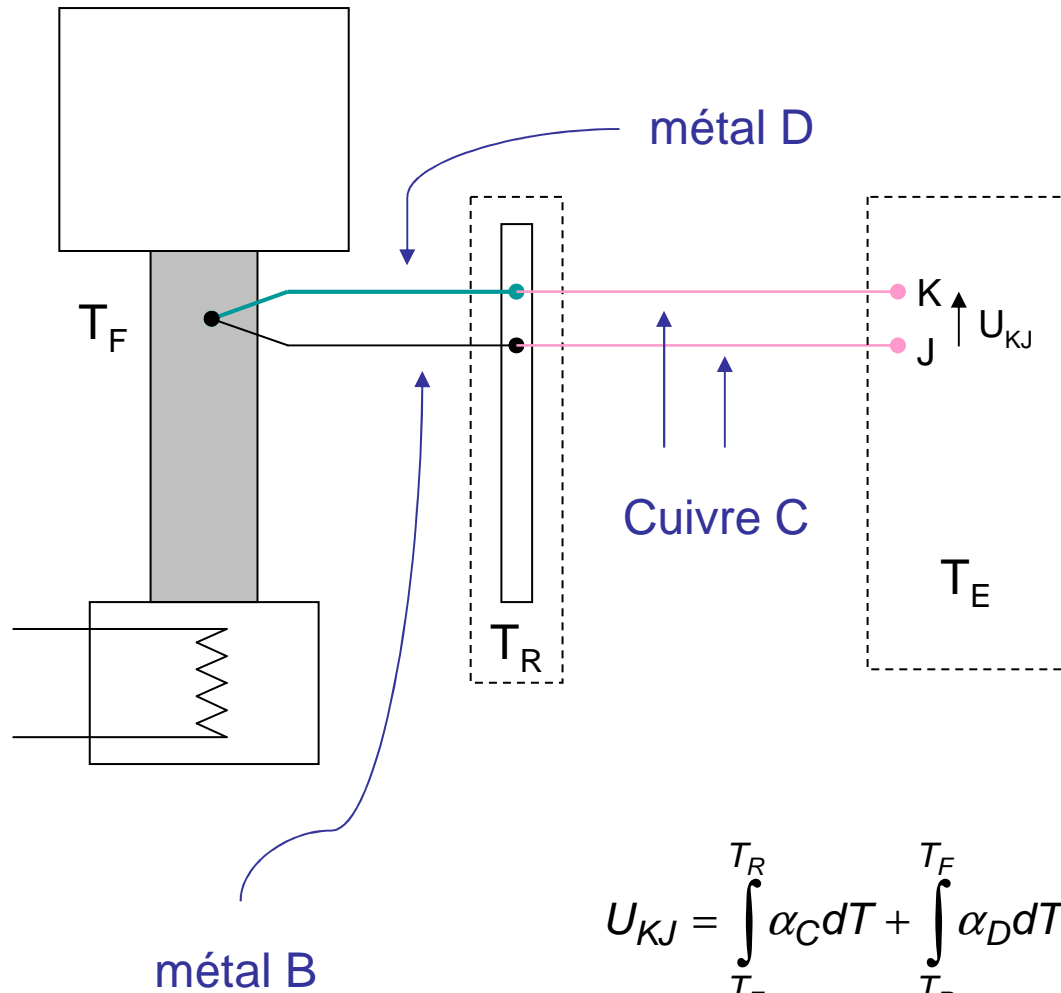
$$\alpha - \alpha_{fil} = \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

Coefficient Seebeck

(1) Echantillon; (2) Chauffage; (3) Puit de chaleur; (4) Thermocouples; (5) Jonctions isothermes; (6) Fils de cuivre; (7) Voltmètres



Coefficient Seebeck



$$U_{XY} = V_X - V_Y$$

$$U_{XY} = \int_Y^X \text{grad} \vec{V} \cdot d\vec{l}$$

$$\text{grad} \vec{V} = -\alpha \text{grad} \vec{T}$$

$$U_{XY} = - \int_Y^X \alpha \text{grad} \vec{T} \cdot d\vec{l}$$

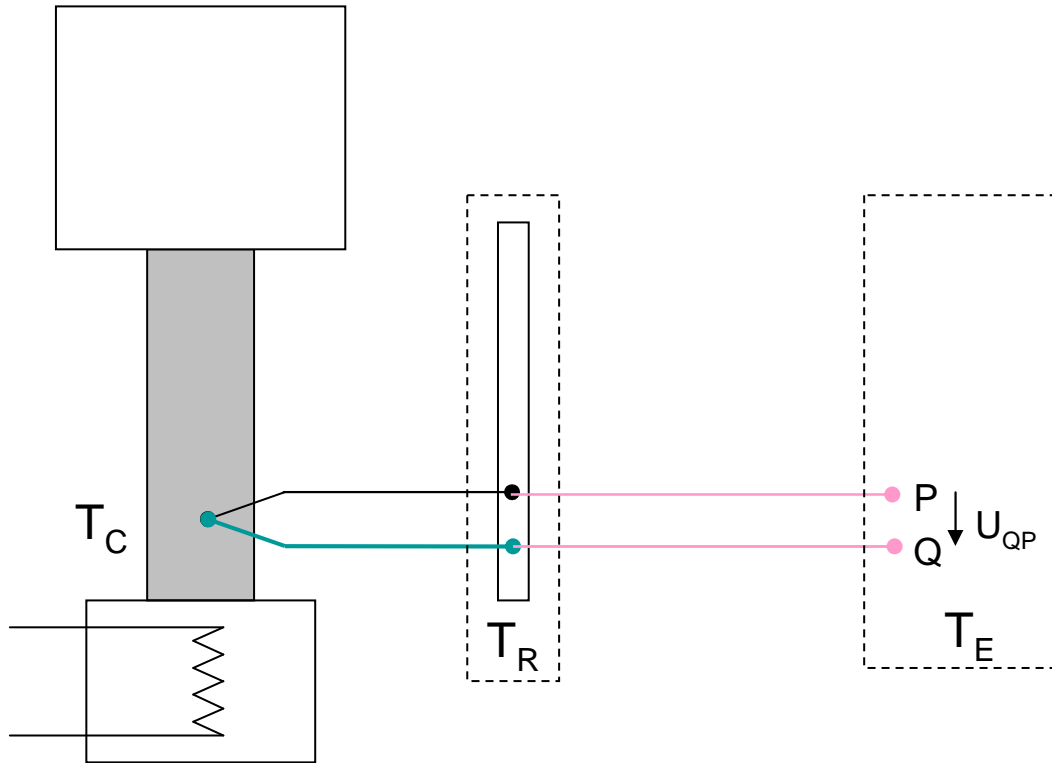
$$U_{XY} = \int_{T_x}^{T_y} \alpha \frac{\partial T}{\partial l} \cdot dl$$

$$U_{XY} = \int_{T_x}^{T_y} \alpha(T) dT$$

$$U_{KJ} = \int_{T_E}^{T_R} \alpha_C dT + \int_{T_R}^{T_F} \alpha_D dT + \int_{T_F}^{T_R} \alpha_B dT + \int_{T_R}^{T_E} \alpha_C dT$$

$$U_{KJ} = \int_{T_R}^{T_F} (\alpha_D - \alpha_B) dT$$

Coefficient Seebeck



$$U_{QP} = \int_{T_R}^{T_C} (\alpha_D - \alpha_B) dT$$

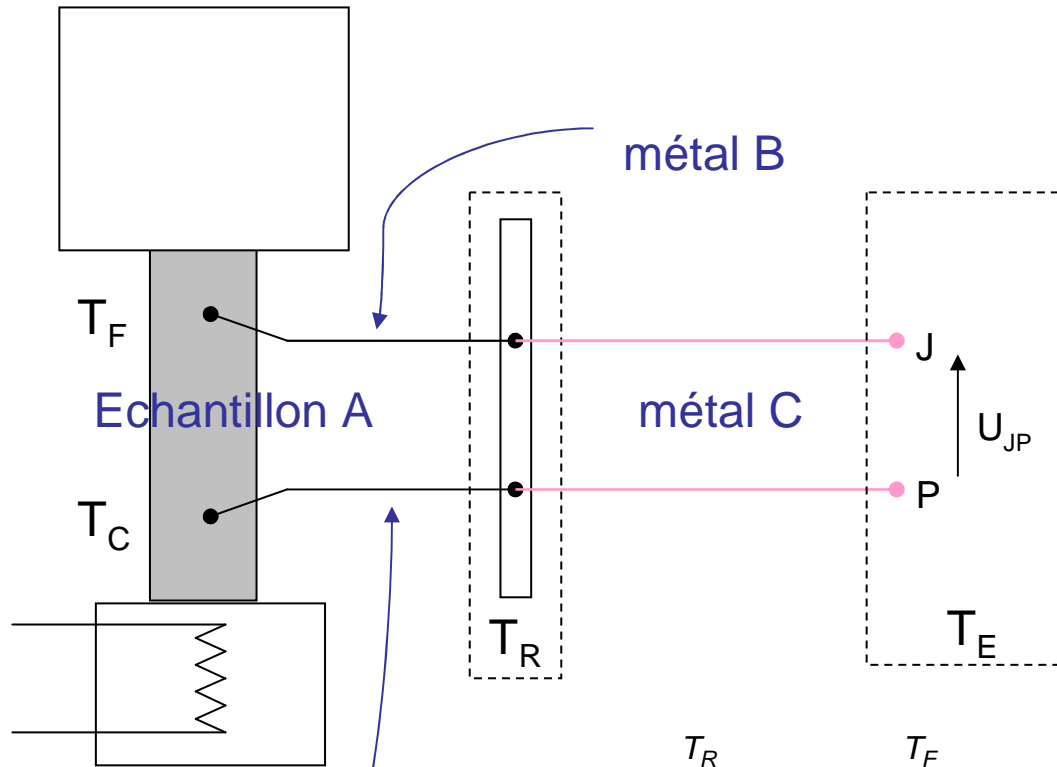
$$U_{QP} - U_{KJ} = \int_{T_R}^{T_C} (\alpha_D - \alpha_B) dT - \int_{T_R}^{T_F} (\alpha_D - \alpha_B) dT = \int_{T_F}^{T_C} (\alpha_D - \alpha_B) dT \quad \text{si } T_R = T_R$$

$$\Delta T = \frac{U_{QP} - U_{KJ}}{\alpha_D - \alpha_B}$$

$$\text{si } (T_C - T_F) \ll T$$

$$\alpha_D - \alpha_B = dV_{DB}/dT$$

Coefficient Seebeck



$$U_{JP} = \int_{T_E}^{T_R} \alpha_C dT + \int_{T_R}^{T_F} \alpha_B dT + \int_{T_F}^{T_C} \alpha_A dT + \int_{T_C}^{T_R} \alpha_B dT + \int_{T_R}^{T_E} \alpha_C dT$$

$$U_{JP} = \int_{T_F}^{T_C} (\alpha_A - \alpha_B) dT$$

$$T_C - T_F = \Delta T$$

$$U_{JP} = (\alpha_A - \alpha_B) \Delta T$$

$$\text{si } \Delta T \ll T$$

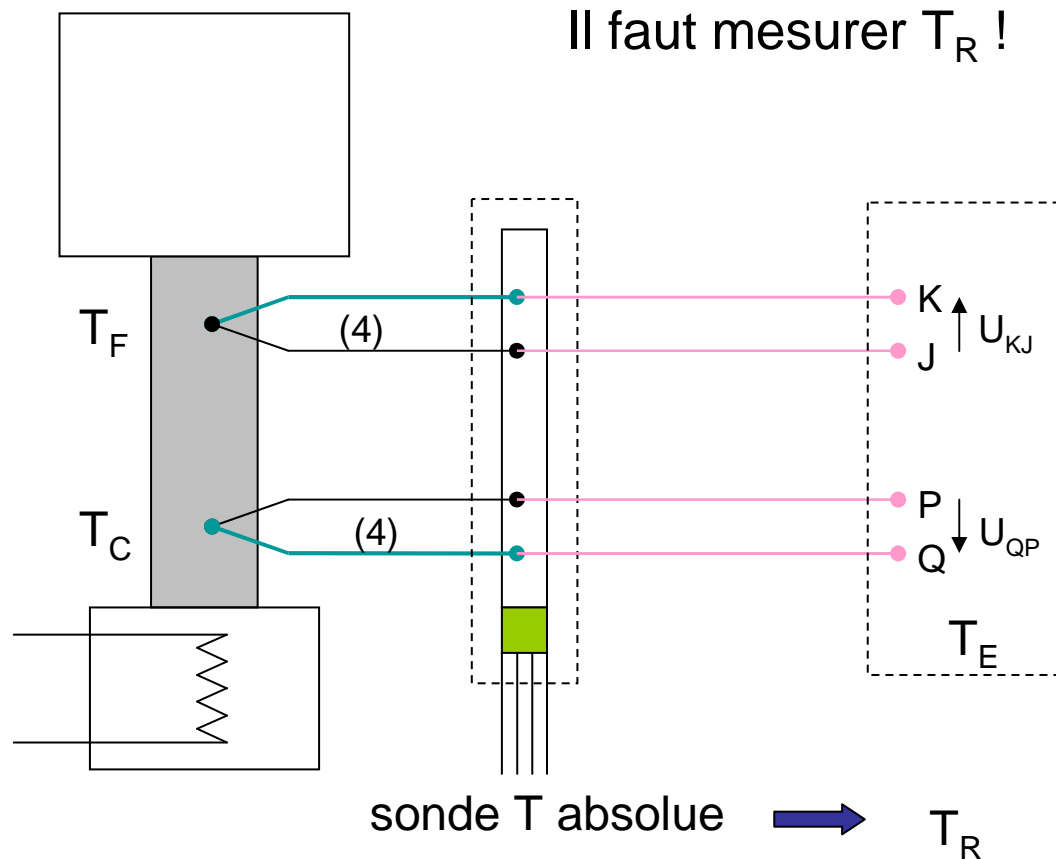
métal B

Température

$$T = \frac{T_F + T_C}{2}$$

$$U_{KJ} = \int_{T_R}^{T_F} (\alpha_D(T) - \alpha_B(T)) dT$$

$$U_{QP} = \int_{T_R}^{T_C} (\alpha_D(T) - \alpha_B(T)) dT$$



Coefficient Seebeck

$$\alpha_A - \alpha_B = \frac{U_{JP}}{\Delta T} \quad \text{si } \Delta T \ll T$$

α_A pas directement <- il faut connaître α_B !

Relation Seebeck - Thomson

$$\alpha_{ref}(T) = \int_0^T \frac{\tau_{ref}(T)}{T} dT \quad \text{Mesure } \tau_{ref} \rightarrow \text{détermination absolue de } \alpha_{ref}$$

Les meilleures mesures

Pb [0K-550K]

Cu [100-900K]

Pt [70-1600K]

Roberts, R. B., *Phil. Mag.*, Vol. 36 (1977), pp. 91.

Vol. 43 (1981), pp. 1125.

Vol. 52 (1985), pp. 1147

Coefficient Seebeck

TABLE 22.1 Thermopower of Lead, Copper, and Platinum

T (K)	α_{Pb} ($\mu\text{V/K}$)	α_{Cu} ($\mu\text{V/K}$)	α_{Pt} ($\mu\text{V/K}$)
7.18	0	—	—
7.18	-0.2	—	—
10	-0.433	—	—
14	-0.707	—	—
18	-0.782	—	—
20	-0.779	—	3.298
30	-0.657	—	4.167
40	-0.575	—	5.139
50	-0.537	—	5.747
60	-0.527	—	6.052
70	-0.531	—	6.033
80	-0.544	—	5.77
90	-0.562	—	5.262
100	-0.583	1.19	4.582
120	-0.631	—	3.286
150	—	1.15	—
160	-0.734	—	0.86
200	-0.834	1.34	-1.184
250	-0.948	—	—
273	-1	1.79	-4.04
300	-1.05	1.94	-4.92
350	-1.16	2.22	-6.33
400	-1.28	2.5	-7.53
450	-1.41	2.78	-8.59
500	-1.56	3.07	-9.53
550	-1.73	3.35	-10.41
600	—	3.62	-11.22
650	—	3.89	-11.98
700	—	4.16	-12.71
750	—	4.43	-13.42
800	—	4.7	-14.14
900	—	5.23	-15.66
1000	—	—	-17.21
1100	—	—	-18.77
1200	—	—	-20.29
1300	—	—	-21.78
1400	—	—	-23.18
1500	—	—	-24.49
1600	—	—	-25.67

Coefficient Seebeck

Pratique

Méthode différentielle applicable à basse (BT) et haute température (HT)
Facile avec matériaux thermoélectriques: $\alpha \sim 50\text{-}100 \mu\text{V.K}^{-1}$ $\delta\alpha/\alpha = 2\text{-}5 \%$

ΔT : thermocouple, resistor ?

- Thermocouple: compact, ΔV et ΔT mesurés au même endroit
- Thermocouple: seule solution à HT
- Resistor : insensible au champ magnétique $\rightarrow \alpha(T, H)$ à BT

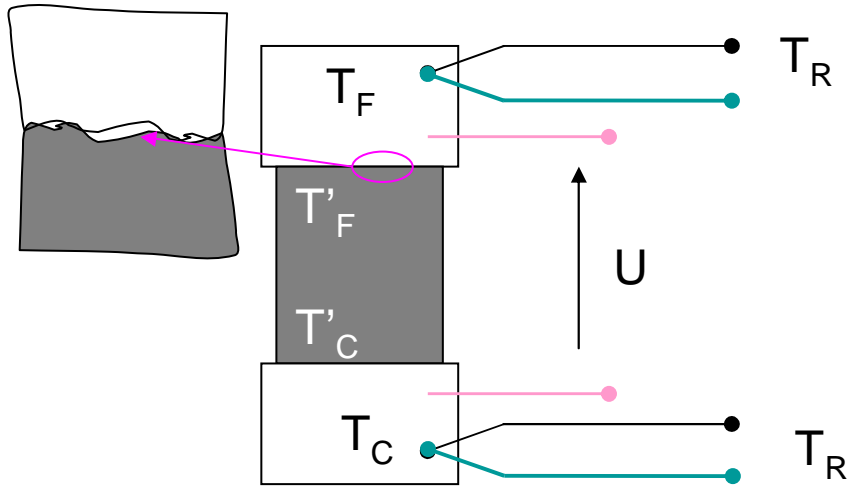
ΔT : contact thermique échantillon – sonde T « irréprochable »

- collage (BT), brasage-soudage (BT&HT), pressage (HT)
- contact direct ou avec « métal » intermédiaire
- résistance thermique maximum entre sonde T – environnement

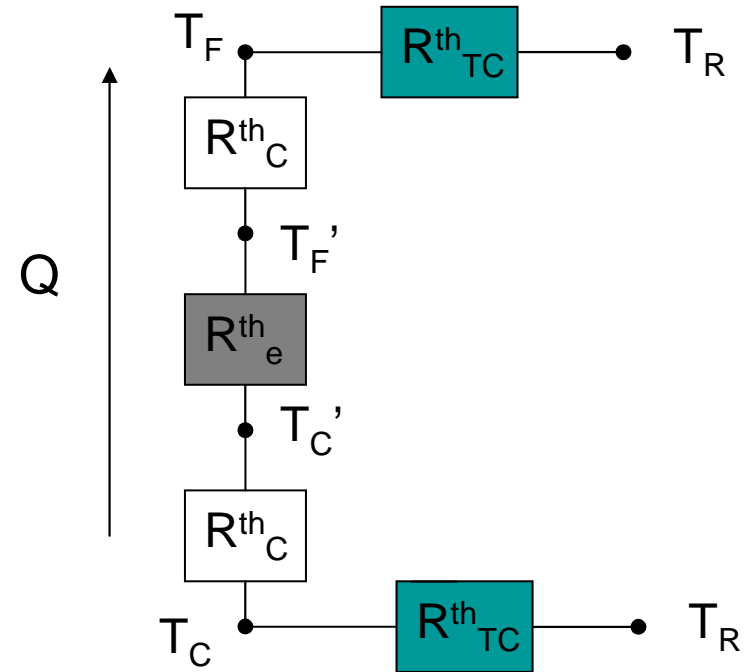
Test avec métaux élémentaires (très recommandé)

Cu: (+1.9 $\mu\text{V.K}^{-1}$ à 300K); Ni:(-19.5 $\mu\text{V.K}^{-1}$ à 300K)

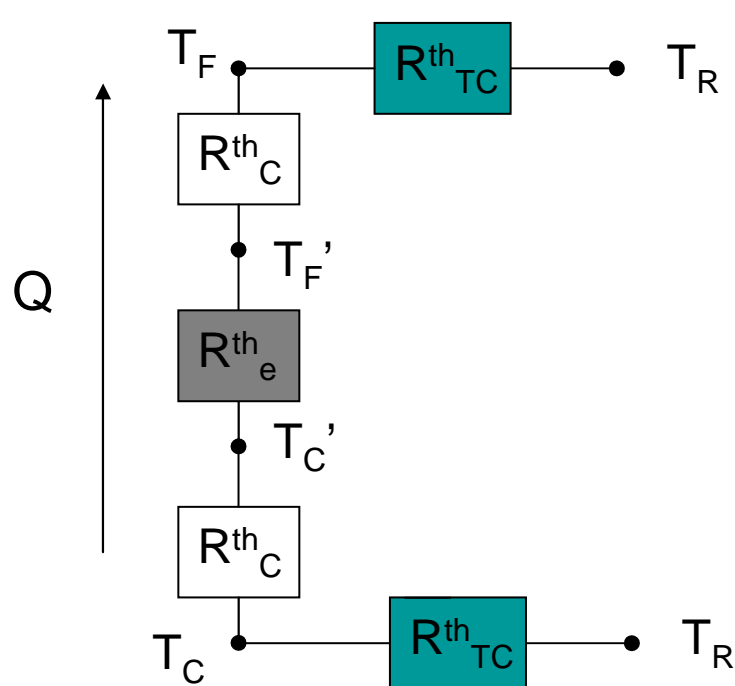
Résistance thermique de contacts



$$R^{th} = \frac{l}{\lambda A} \quad \Delta T = R^{th} \times Q$$



Résistance thermique de contacts



$$\alpha_{fil} = 0$$

$$\alpha_{réel} = \frac{U}{T_C' - T_F'}$$

$$\alpha_{mes.} = \frac{U}{T_C - T_F}$$

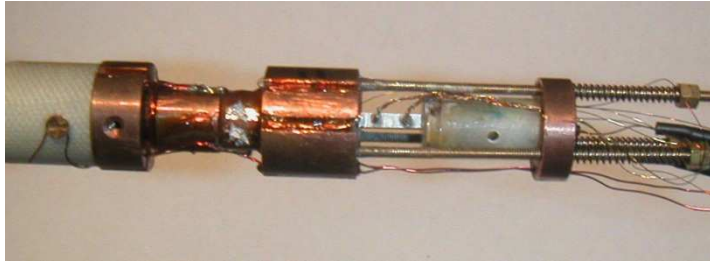
$$\Delta T = R^{th} \times Q \quad R_{TC}^{th} = \infty$$

$$(R_e^{th} + 2R_C^{th}) \times Q = T_C - T_F$$

$$R_e^{th} \times Q = T_C' - T_F'$$

$$\frac{\alpha_{mes.} - \alpha_{réel}}{\alpha_{réel}} = \frac{-2R_C^{th}}{R_e^{th} + 2R_C^{th}}$$

Coefficient Seebeck



Joshua Martin

Rev. Sci. Instrum. **83**, 065101 (2012)

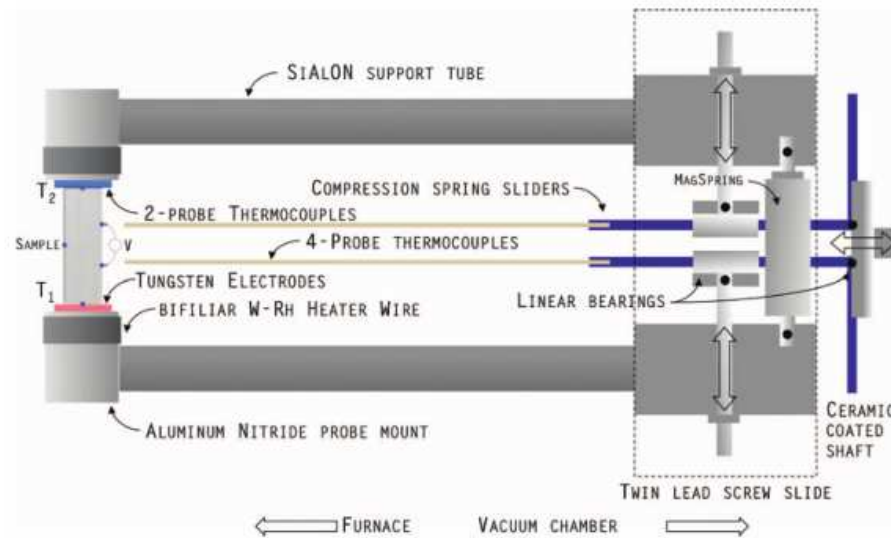


FIG. 2. Schematic diagram of the sample probe and probe assembly mechanism.

Résistivité électrique

Définition (Ohm)

Matériau soumis à un courant électrique de densité \mathbf{j} , champ électrique $\mathbf{E} = \rho \mathbf{j}$

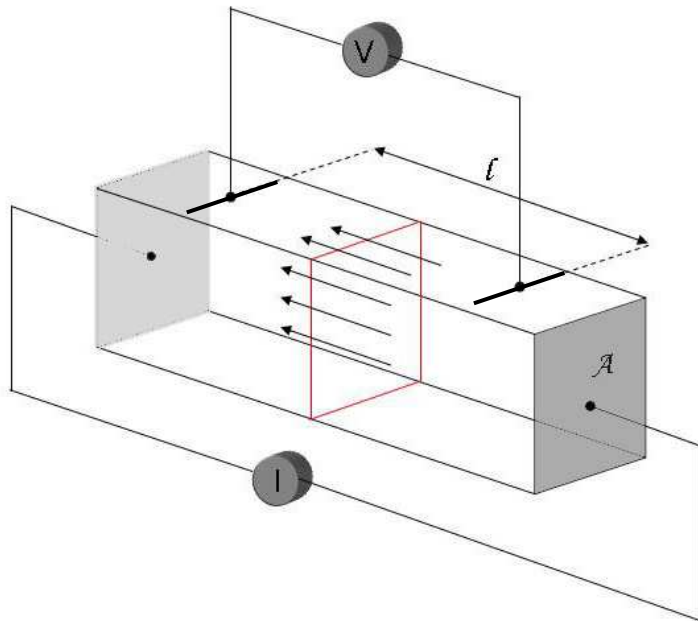
Valable si $\text{grad}T = 0$

\mathbf{E} et \mathbf{j} pas mesurables directement (équation locale)

Densité de courant et champ uniformes

$$\text{div}(\mathbf{j})=0$$

$$\mathbf{E} = -\text{grad}(V)$$



Avec ces conditions aux limites

$$j = \frac{i}{A} \quad El = V(0) - V(l) = U$$

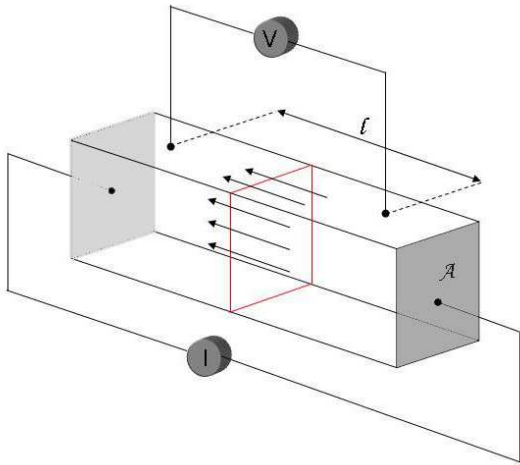
$$\rho = \frac{UA}{il}$$

Incertitude

$$\delta\rho/\rho \sim \delta A/A + \delta l/l$$

Résistivité électrique

Réalité: $\text{grad}T \neq 0$



$$V = \frac{\rho il}{A} + (\alpha - \alpha_0)\Delta T$$

α et α_0 : Seebeck échantillon et fils de mesure
 $\Delta T(l)$: gradient thermique parasite

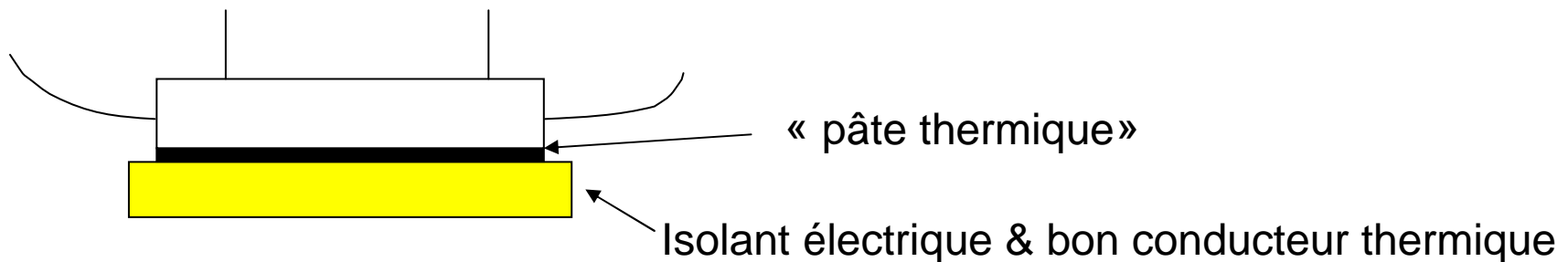
Matériau thermoélectrique

α « grand » $\sim 100\mu\text{V.K}^{-1}$

λ et ρ « petits » ($2\text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$, $1\text{ m}\Omega.\text{cm}$)

-> pire des situations !

1- Ancrage « isotherme »



Résistivité électrique

2- ΔT extrinsèque

Qualité des contacts: effet Joule dans contact i

Mesure i^+ / i^-

$$(V(i^+) - V(i^-))/2 = \{(\rho il/A + (\alpha - \alpha_0)\Delta T(l)) - (-\rho il/A + (\alpha - \alpha_0)\Delta T(l))\}/2 = \rho il/A$$

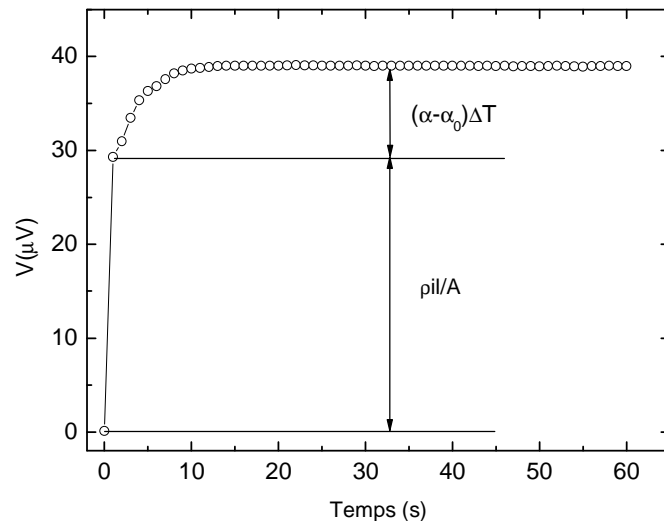
3- ΔT intrinsèque (matériau thermoélectrique)

Effet Peltier: $\text{grad}T = (\alpha j_T - j_Q)/\lambda$ j_Q : le flux de chaleur total

Si adiabatique (cas extrême) $\text{grad}T = \alpha j_T / \lambda$

$$V = \rho il/A + \alpha^2 ilT/A = \rho il/A(1 + ZT) \rightarrow \text{erreur relative} \leq ZT$$

$$V = V_{\text{ohm}}(i) + V_{\text{therm}}(i) \rightarrow \text{commuter } i^+/i^- \text{ ne marche pas}$$



V_{ohm} « rapide » $\tau = 1/RC$

V_{therm} « lent » $t_c \sim l^2/a$, avec a la diffusivité

Courant constant: mesures « rapides » (<1s)

Courant alternatif: le mieux !

Résistivité électrique

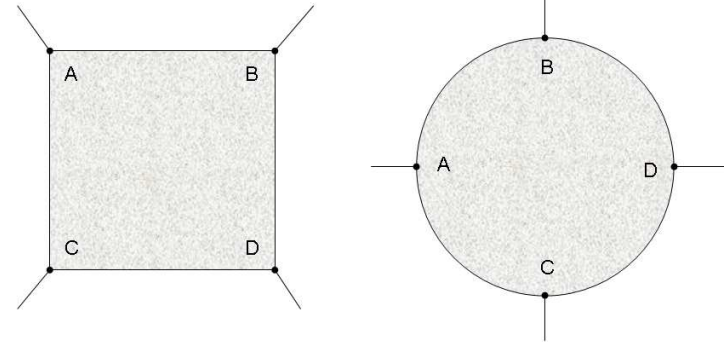
Inconvénients et avantages de j et E uniformes

(+) méthode de référence ; matériaux anisotropes

(-) barreau section uniforme + faces i métallisés + bon contacts ponctuels V

Méthode van der Pauw

- matériau isotrope (planaire suffit)
- échantillon sans trous
- lame mince épaisseur d , forme arbitraire
- contacts à la périphérie

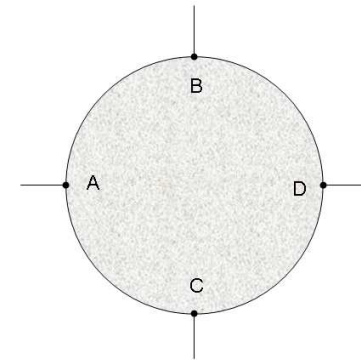
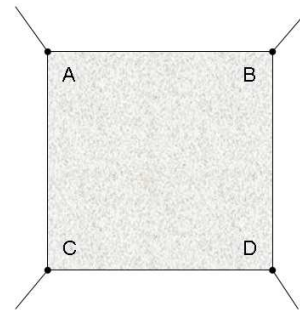


Applicables aux films minces

Résistivité électrique

Méthode van der Pauw

$$R_{AB,CD} = U_{CD}/i_{AB}$$
$$R_{AC,BD} = U_{BD}/i_{AC}$$



$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \times \frac{R_{AB,CD} + R_{AC,BD}}{2} \times f$$

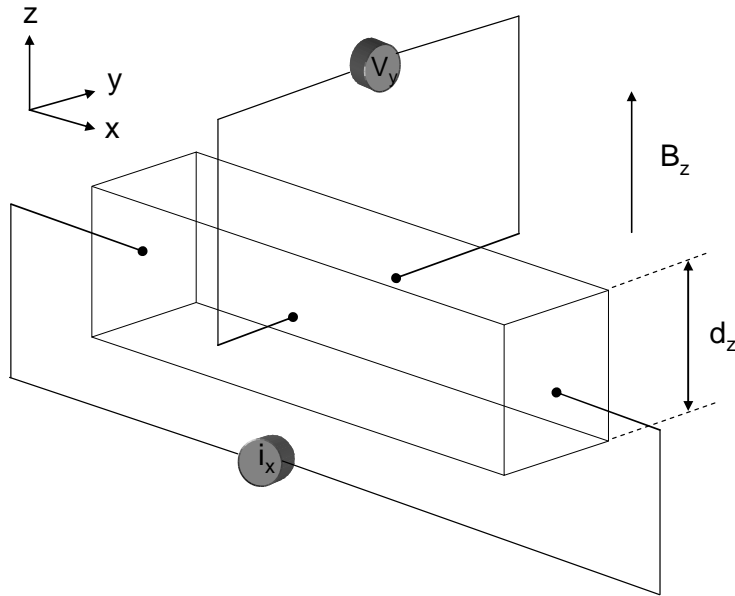
$$f = 1 \text{ si } R_{AB,CD}/R_{AC,BD} < 1,5$$

Remarques

- $\delta\rho/\rho \sim (l/D)^2 + \delta d/d$ avec l taille contact et D diamètre ou coté
- $d \ll D$ pas nécessaire: $d \sim D/2$
- recommandations 1 + 2 + 3 s'appliquent aussi

Effet Hall

Densité de porteur: $n = 1/R_H e$ (1 bande) $\rightarrow \alpha$ et ρ



$$R_H = \frac{E_y}{j_x B_z} \quad (1)$$

$$R_H = \frac{(V_y(+B_z) - V_y(-B_z)) \times d_z}{2 \times i_x B_z} \quad (2)$$

$$R_H = \frac{(V_y(+B_z, +i_x) - V_y(-B_z, +i_x) - V_y(+B_z, -i_x) + V_y(-B_z, -i_x)) \times d_z}{4 \times i_x B_z} \quad (3)$$

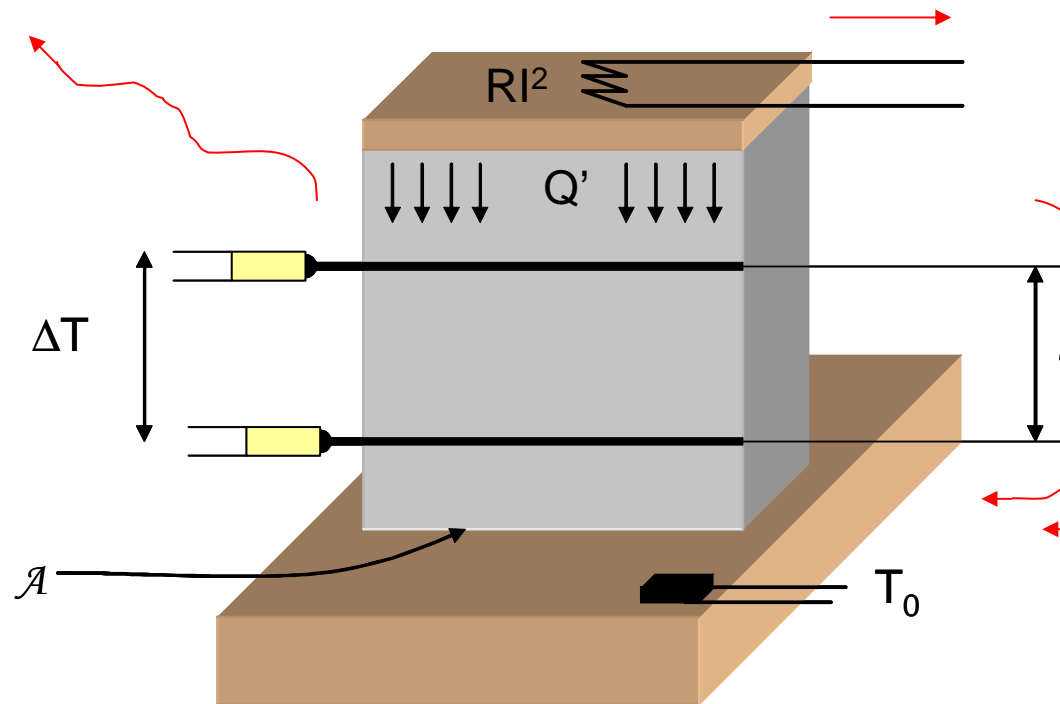
Effets magnétothermiques !

- Nernst: $E_y = N \cdot B_z \cdot dT/dx \rightarrow (3)$ OK
- Righi-Leduc: $dT/dy = S \cdot B_z \cdot dT/dx \rightarrow (3)$ OK
- Ettinghausen: $dT/dy = P \cdot B_z \cdot j_x \rightarrow (3)$ + courant alternatif (fréquence \sim qq 10Hz)

Conductivité thermique

Basse température

Méthode stationnaire



$$\mathbf{j}_Q = -\lambda \text{grad}T \quad (j=0)$$

-> flux et gradients uniformes

$$J_q = Q'/A \text{ et } \text{grad}T = \Delta T / l$$

$$\lambda = \frac{Q'l}{A\Delta T}$$

Problème

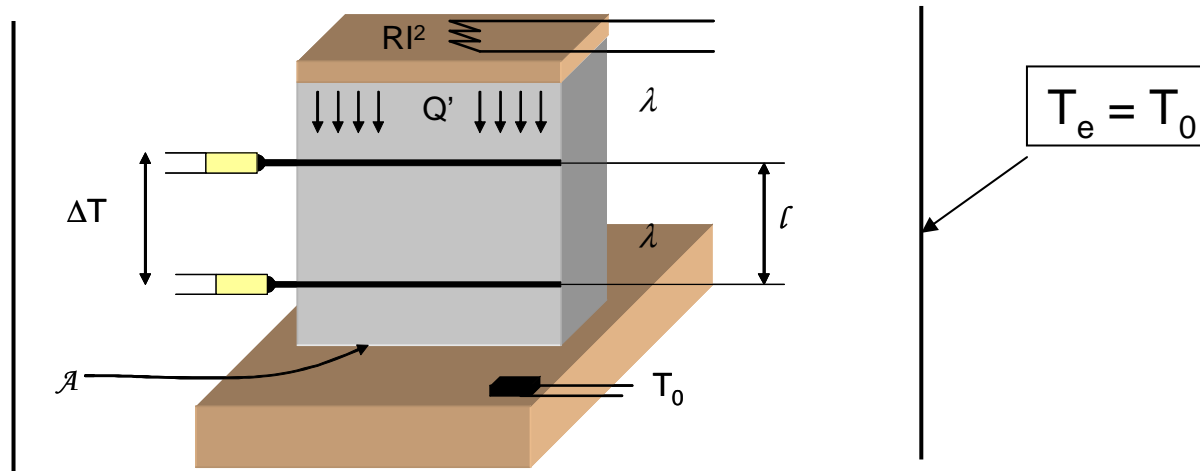
$$Q' = RI^2 - P_{\text{conv}} - P_{\text{cond}} - P_{\text{rad}}$$

Conductivité thermique

Pratique

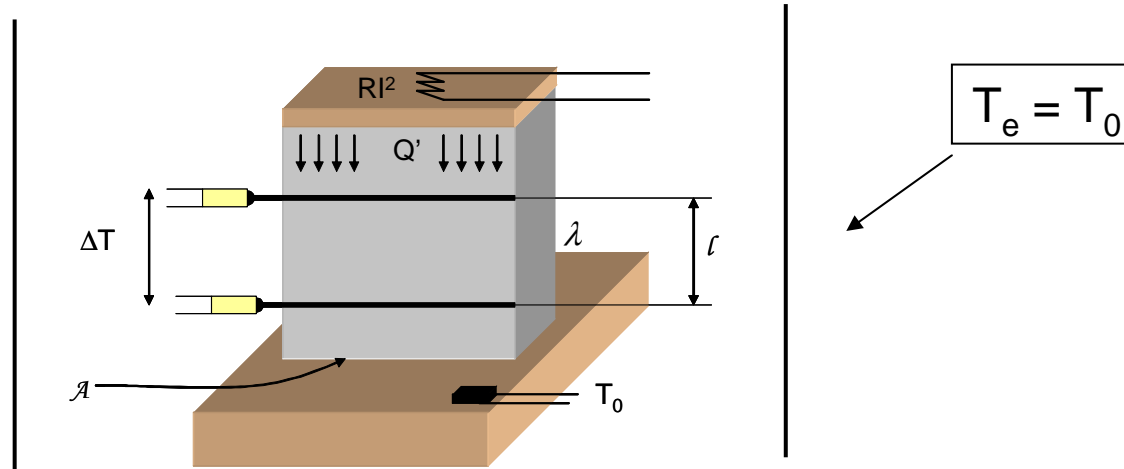
$$Q' = RI^2 - P_{\text{conv}} - P_{\text{cond}} - P_{\text{rad}}$$

- Vide ($p \sim 10^{-4}$ mbar) $\rightarrow P_{\text{conv}} = 0$
- Diminuer section et allonger longueur des fils $\rightarrow P_{\text{cond}} = 0$
- Ecrans à température contrôlée $\rightarrow P_{\text{rad}} \rightarrow 0$



Conductivité thermique

Pratique



Ecrans pas suffisants quand T augmente

$$dP_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma P(T^4 - T_0^4).dx$$

$$dP_{\text{rad}} = 4\varepsilon\sigma PT_0^3(T - T_0).dx$$

$$A\lambda \frac{d^2T}{dx^2} - 4\varepsilon\sigma T_0^3(T - T_0) = 0$$

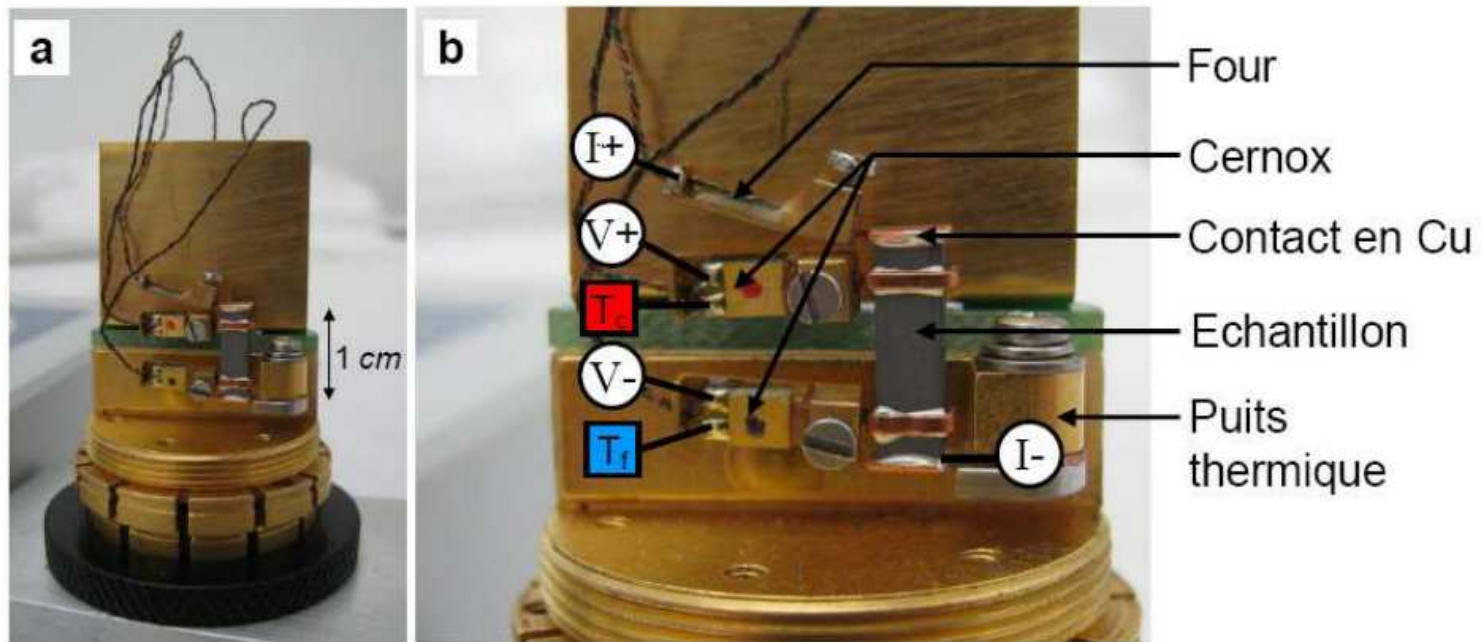
$$\lambda_{\text{corr.}} = \frac{Q'l}{A\Delta T} \left(1 - \frac{PL^2}{3A} \nu\right)$$

$$\nu = \frac{4\varepsilon\sigma T_0^3}{\lambda_{\text{app}}}$$

$\delta\lambda/\lambda \sim 5-10\%$; Correction en $T_0^3 \rightarrow$ Vers $T_0 \sim 200-300\text{K}$: « Laser Flash » 24

Conductivité thermique

Pratique



Système « TTO » du PPMS

Nanofil

Li et al., APL 83 (2003) 2934

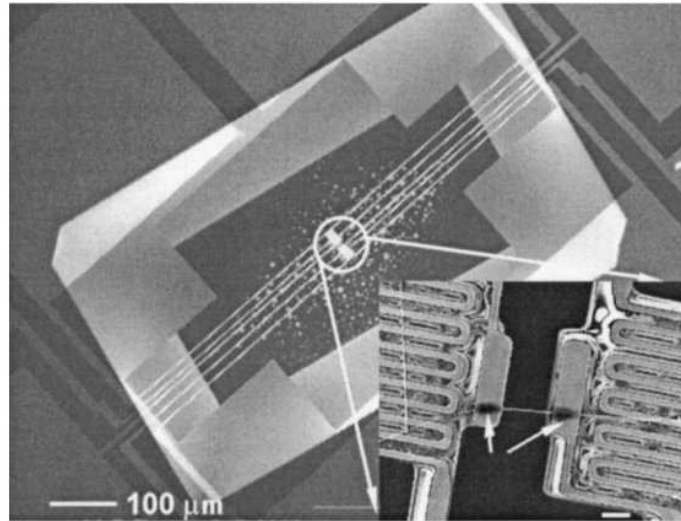
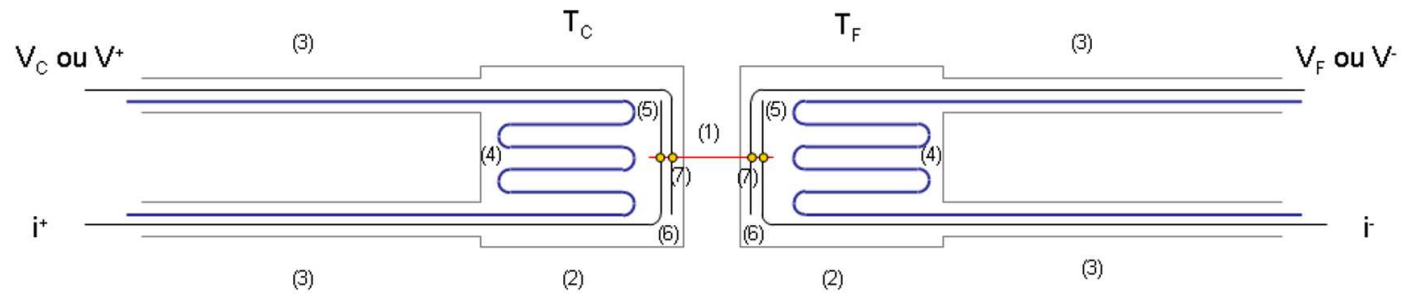
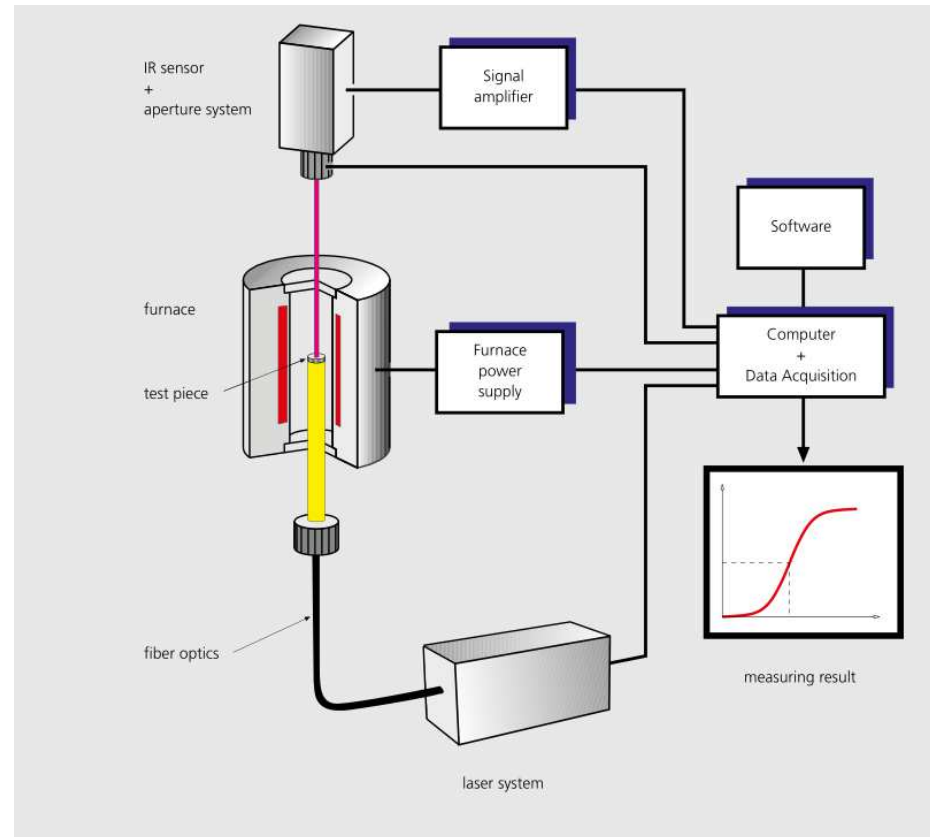


FIG. 1. SEM image of the suspended heater. The lower inset shows a 100 nm Si nanowire bridging the two heater pads, with wire-pad junctions wrapped with amorphous carbon deposits (shown by arrows). The scale bar in the inset represents 2 μm .



Laser flash

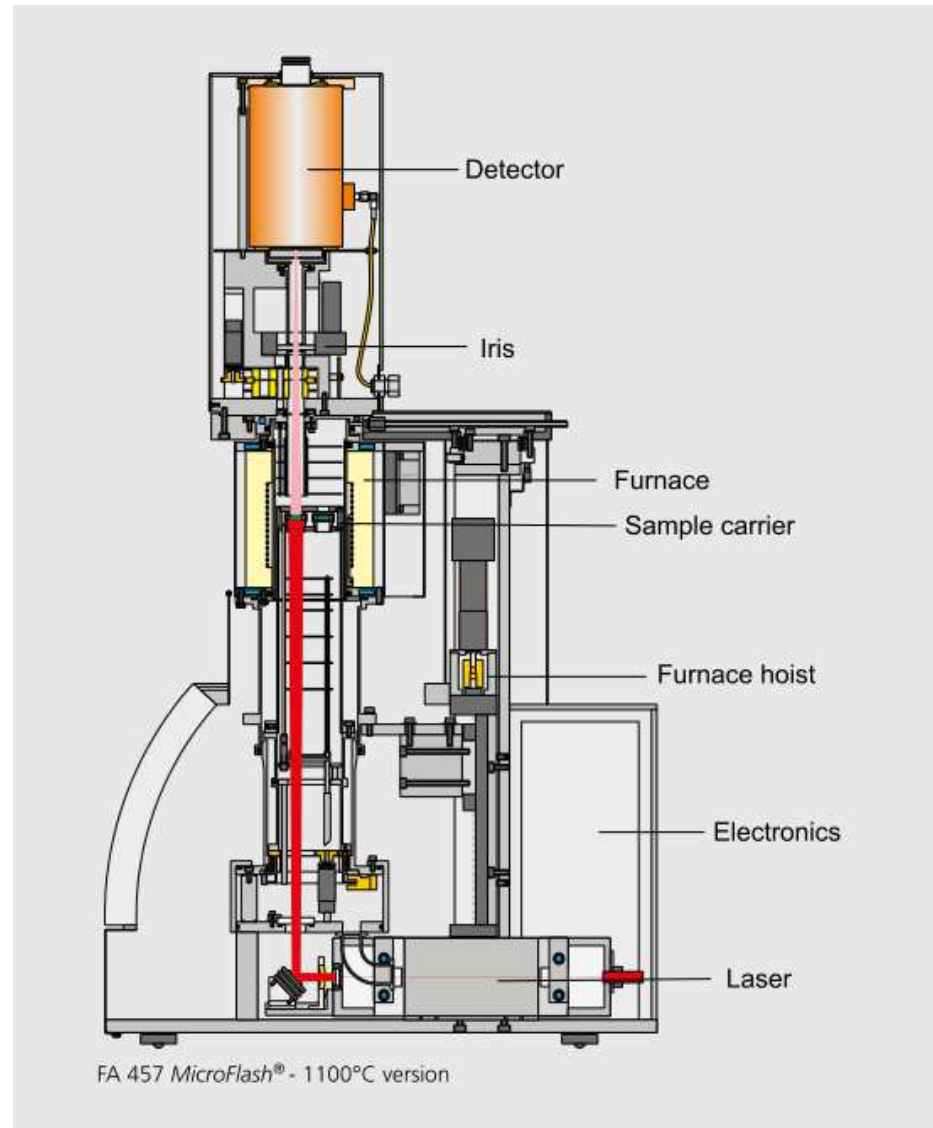
Mesure diffusivité thermique a : $\lambda = C_p \times d \times a$

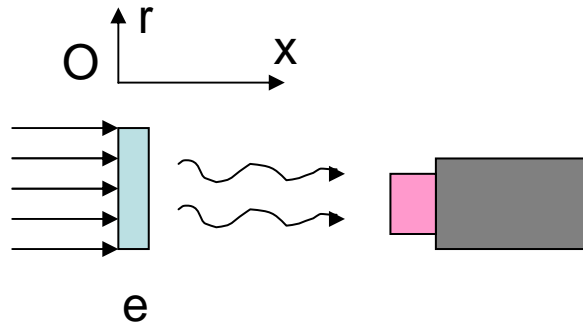


Haute température

Non stationnaire: enregistre transitoire $T(t)$

Laser flash





Laser flash

$$u(t) = T(t) - T_0$$

a : diffusivité

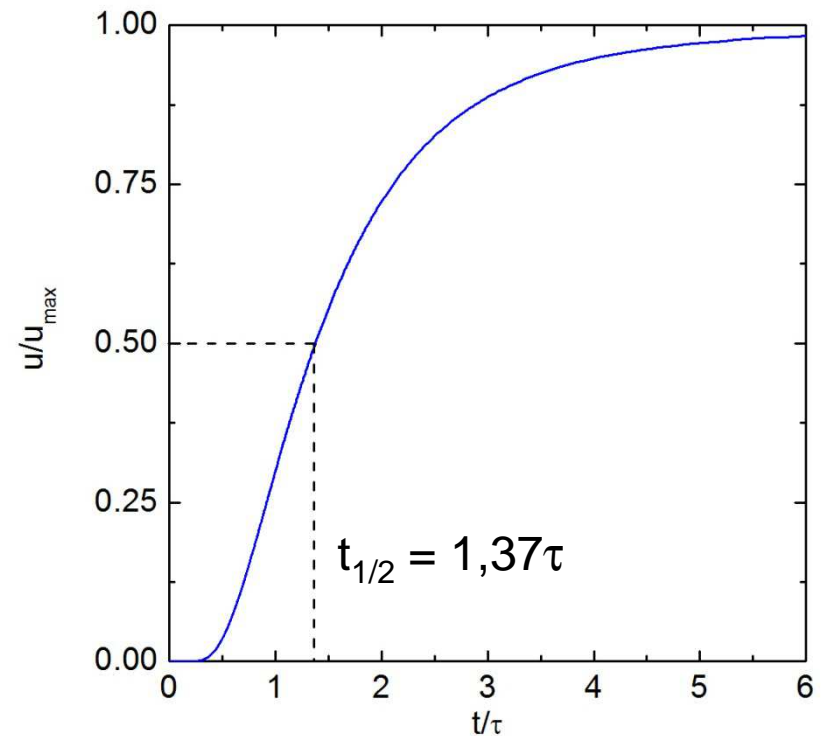
Adiabatique, pulse court (Parker, JAP 32 (1961) 1679)

$$\Delta u(x, r, t) + \frac{u(x, r, t)}{a} = \frac{q_0(x, r, t)}{\lambda}$$

$$\frac{\lambda}{q_0} u(x = e, t) = \frac{a}{e} \left[1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \exp\left(-m^2 \frac{t}{\tau}\right) \right]$$

$$\tau = \frac{e^2}{a\pi^2} \quad a = \frac{1,37 e^2}{t_{1/2} \pi^2}$$

$$t_{1/2} = 1 - 100 \text{ ms}$$



Systèmes commerciaux: corrections implémentées

Conclusion

$$\frac{\sigma_{\alpha}}{\alpha} = 5\%$$

$$\frac{\sigma_{\rho}}{\rho} = 5\%$$

$$\frac{\sigma_{\lambda}}{\lambda} = 10\%$$

$$\left(\frac{\sigma_{ZT}}{ZT}\right)^2 = 4\left(\frac{\sigma_{\alpha}}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\rho}}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\lambda}}{\lambda}\right)^2$$

$$\frac{\sigma_{ZT}}{ZT} = 15\%$$

Merci de votre attention !

Coefficient Seebeck

Définition

(en l'absence de courant électrique !)

$$\text{grad}(\mu/e-V) = \alpha \text{ grad}T$$

μ : potentiel chimique

V : potentiel électrostatique

α : coefficient Seebeck

Relation vectorielle: α tenseur, pas pris en compte ici !

Mesure différentielle

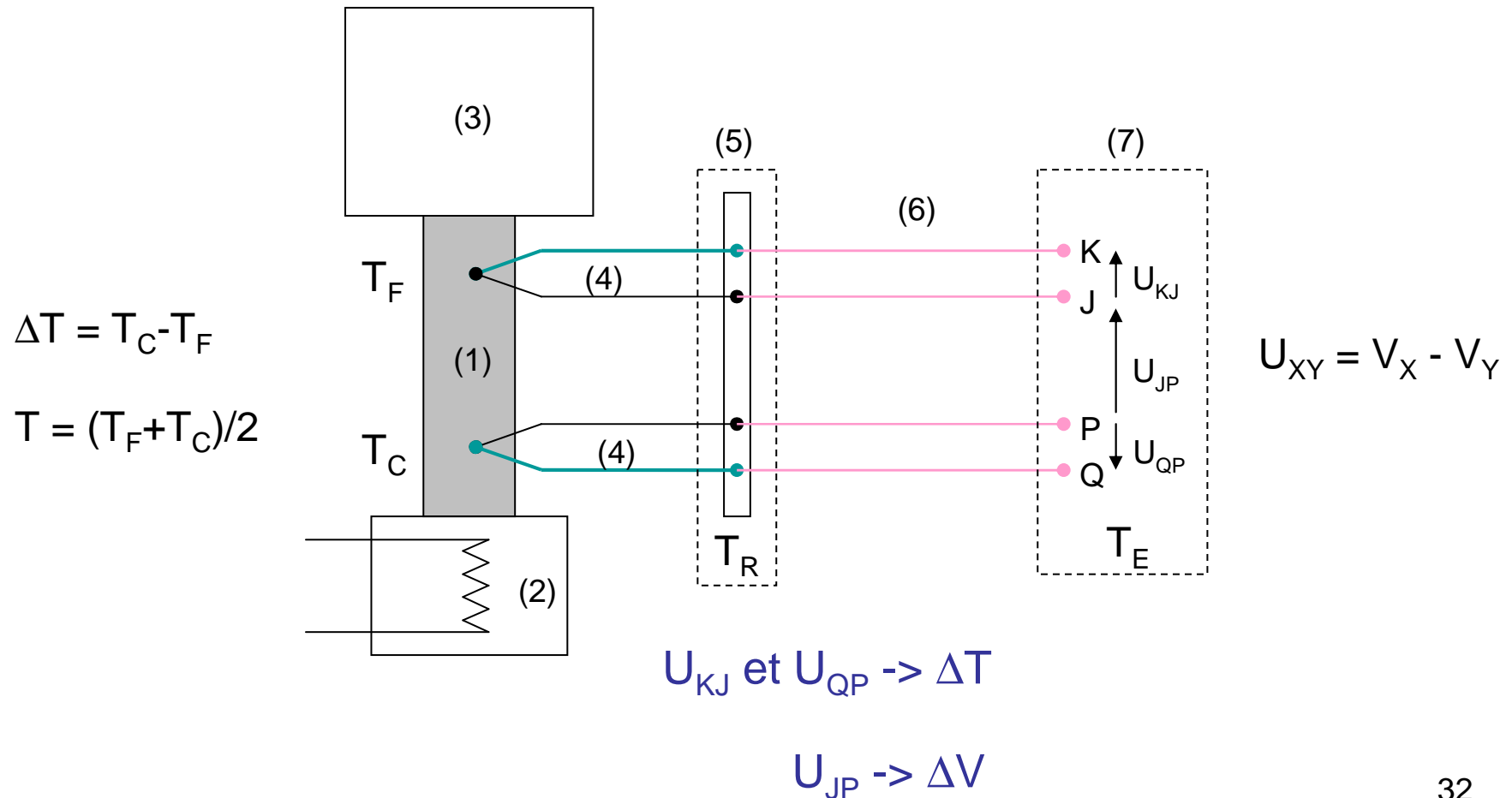
- ΔT imposée et mesurée
- ΔV mesurée

$$\Delta T \ll T$$

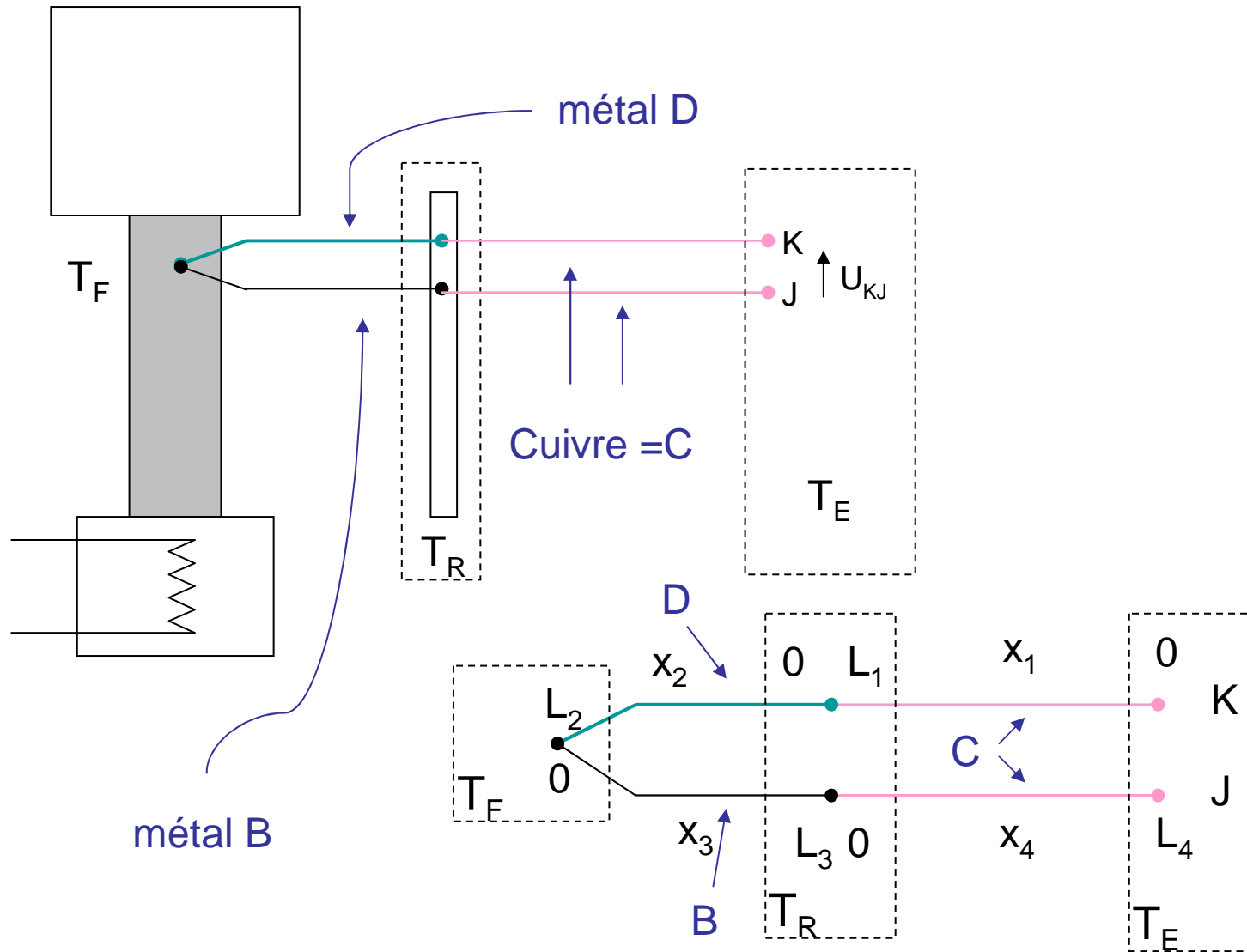
$$\alpha - \alpha_{fil} = \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

Coefficient Seebeck

(1) Echantillon; (2) Chauffage; (3) Puit de chaleur; (4) Thermocouples; (5) Jonctions isothermes; (6) Fils de cuivre; (7) Voltmètres

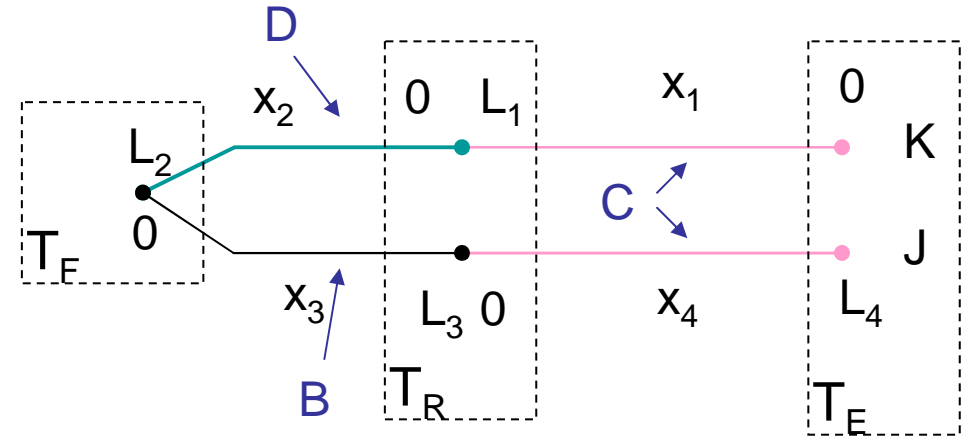


Coefficient Seebeck



Coefficient Seebeck

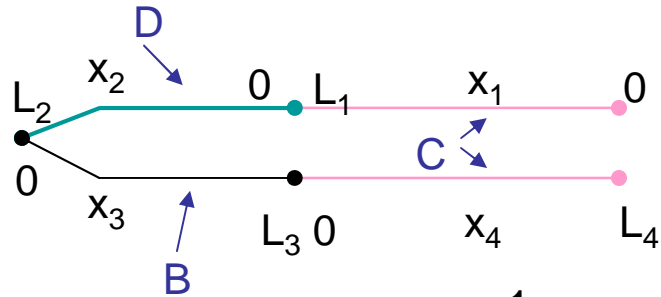
$$\text{grad}(\mu/e - V) = \alpha \text{ grad}T$$



$$\int_0^{L_1} \left(\frac{1}{e} \frac{\partial \mu_c}{\partial x_1} - \frac{\partial V}{\partial x_1} \right) dx_1 = \left(\frac{1}{e} \mu_c(L_1) - V_C(L_1) \right) - \left(\frac{1}{e} \mu_c(x_1 = 0) - V_C(x_1 = 0) \right)$$

$$\int_0^{L_1} \alpha_C \frac{\partial T}{\partial x_1} dx_1 = \int_{T_E}^{T_R} \alpha_C(T) dT$$

$$\left(\frac{1}{e} \mu_c(L_1) - V_C(L_1) \right) - \left(\frac{1}{e} \mu_c(x_1 = 0) - V_C(x_1 = 0) \right) = \int_{T_E}^{T_R} \alpha_C(T) dT$$



Coefficient Seebeck

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \left(\frac{1}{e} \mu_C(L_1) - V_C(L_1) \right) - \left(\frac{1}{e} \mu_C(x_1 = 0) - V_C(x_1 = 0) \right) = \int_{T_E}^{T_R} \alpha_C(T) dT \\
 (2) \quad & \left(\frac{1}{e} \mu_D(L_2) - V_D(L_2) \right) - \left(\frac{1}{e} \mu_D(x_2 = 0) - V_D(x_2 = 0) \right) = \int_{T_R}^{T_F} \alpha_D(T) dT \\
 (3) \quad & \left(\frac{1}{e} \mu_B(L_3) - V_B(L_3) \right) - \left(\frac{1}{e} \mu_B(x_3 = 0) - V_B(x_3 = 0) \right) = \int_{T_F}^{T_R} \alpha_B(T) dT \\
 (4) \quad & \left(\frac{1}{e} \mu_C(L_4) - V_C(L_4) \right) - \left(\frac{1}{e} \mu_C(x_4 = 0) - V_C(x_4 = 0) \right) = \int_{T_R}^{T_E} \alpha_C(T) dT
 \end{aligned}$$

Pas de courant -> continuité du potentiel électrochimique

$$\text{Jonction C-D} \quad \left(\frac{1}{e} \mu_C(L_1) - V_C(L_1) \right) = \left(\frac{1}{e} \mu_D(x_2 = 0) - V_D(x_2 = 0) \right)$$

$$\text{Jonction D-B} \quad \left(\frac{1}{e} \mu_D(L_2) - V_D(L_2) \right) = \left(\frac{1}{e} \mu_B(x_3 = 0) - V_B(x_3 = 0) \right)$$

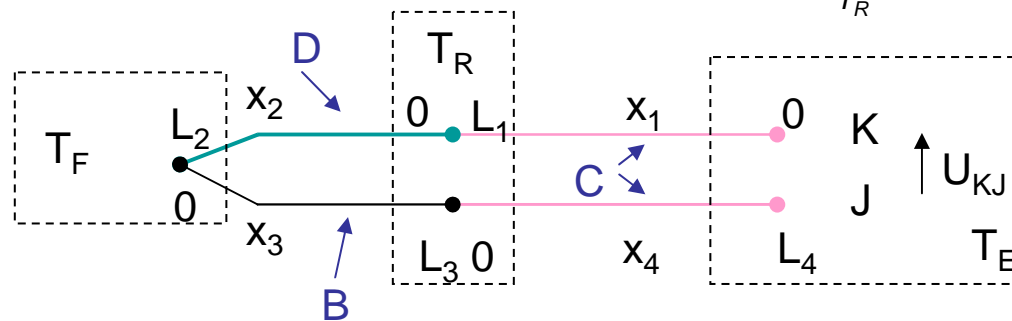
$$\text{Jonction B-C} \quad \left(\frac{1}{e} \mu_B(L_3) - V_B(L_3) \right) = \left(\frac{1}{e} \mu_C(x_4 = 0) - V_C(x_4 = 0) \right)$$

Coefficient Seebeck

Somme les différences de potentiels electrochem. (1) + (2) + (3) + (4)

$$\left(\frac{1}{e}\mu_C(L_4) - V_C(L_4)\right) - \left(\frac{1}{e}\mu_C(x_1=0) - V_C(x_1=0)\right) = \int_{T_E}^{T_R} \alpha_C(T) dT + \int_{T_R}^{T_F} \alpha_D(T) dT + \int_{T_F}^{T_R} \alpha_B(T) dT + \int_{T_R}^{T_E} \alpha_C(T) dT$$

$$\left(\frac{1}{e}\mu_C(L_4) - V_C(L_4)\right) - \left(\frac{1}{e}\mu_C(x_1=0) - V_C(x_1=0)\right) = \int_{T_R}^{T_F} (\alpha_D(T) - \alpha_B(T)) dT$$

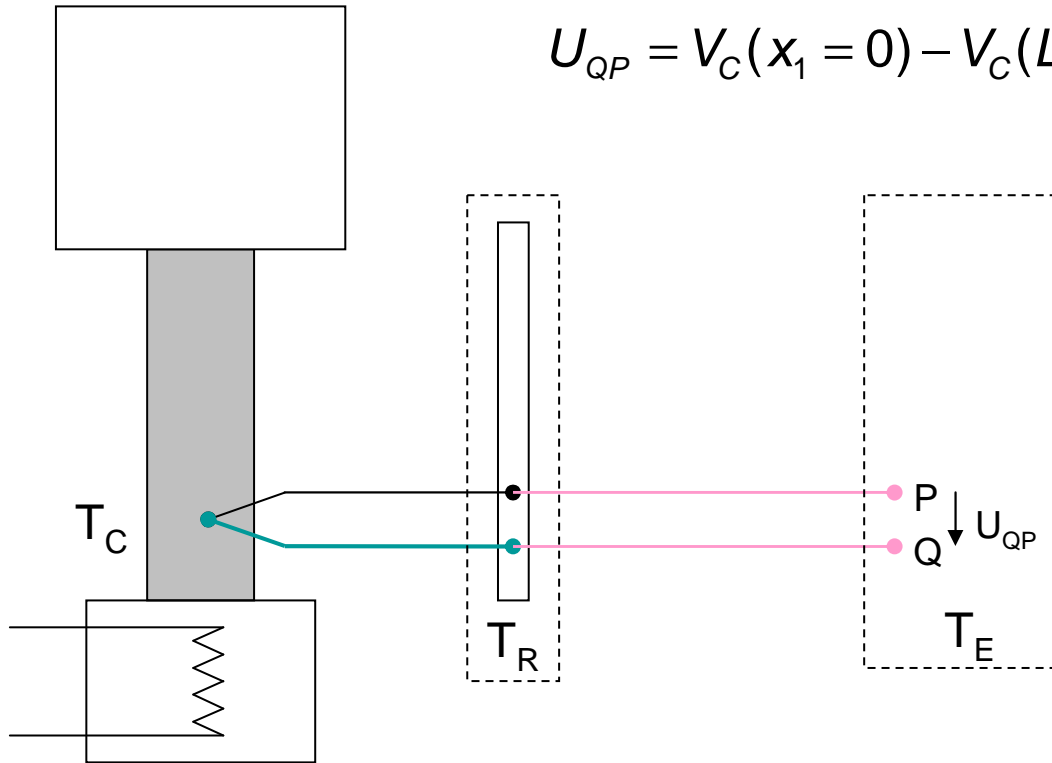


Même métal C, même température T_E $\mu_C(L_4) = \mu_C(x_1 = 0)$

$$V_C(x_1 = 0) - V_C(L_4) = U_{KJ} = \int_{T_R}^{T_F} (\alpha_D(T) - \alpha_B(T)) dT \quad \equiv \quad \mathbf{grad}(-V) = \alpha \mathbf{grad}T$$

Coefficient Seebeck

$$U_{QP} = V_C(x_1 = 0) - V_C(L_4) = \int_{T_R}^{T_C} (\alpha_D(T) - \alpha_B(T)) dT$$



$$U_{QP} = \int_{T_R}^{T_C} (\alpha_D - \alpha_B) dT$$

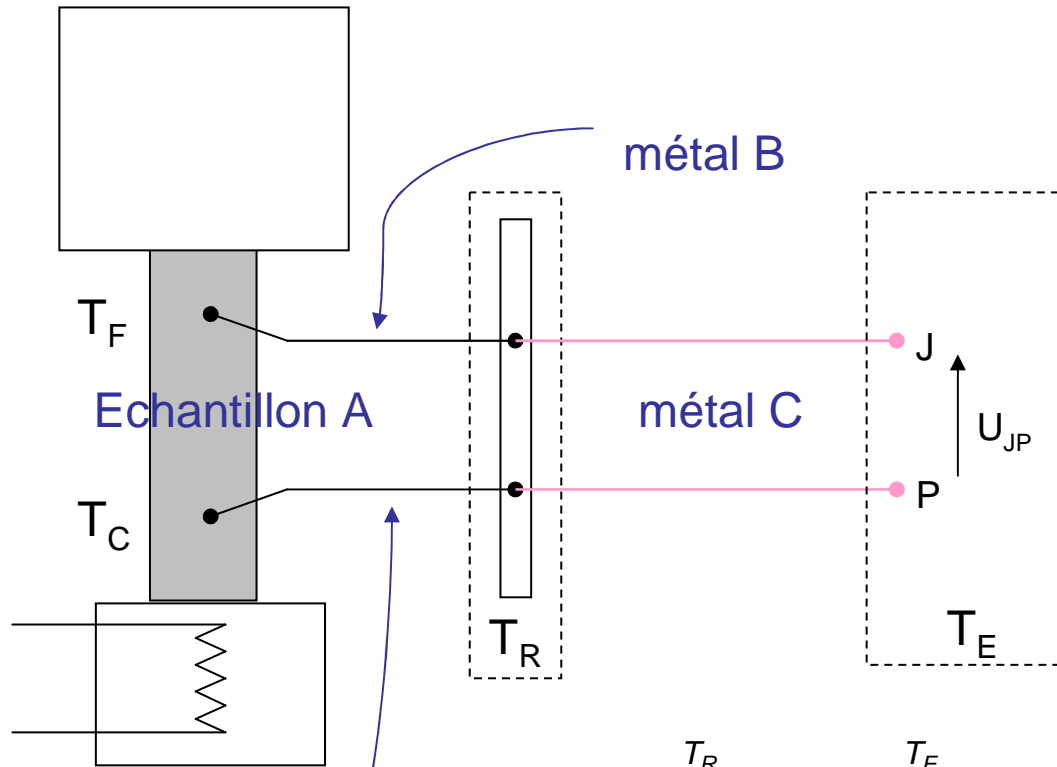
$$U_{QP} - U_{KJ} = \int_{T_R}^{T_C} (\alpha_D - \alpha_B) dT - \int_{T_R}^{T_F} (\alpha_D - \alpha_B) dT = \int_{T_F}^{T_C} (\alpha_D - \alpha_B) dT \quad \text{si } T_R = T_R$$

$$\Delta T = \frac{U_{QP} - U_{KJ}}{\alpha_D - \alpha_B}$$

$$\text{si } (T_C - T_F) \ll T$$

$$\alpha_D - \alpha_B = dV_{DB}/dT$$

$$\left(\frac{1}{e}\mu_C(L_5) - V_C(L_5)\right) - \left(\frac{1}{e}\mu_C(x_1=0) - V_C(x_1=0)\right) = \int_{T_E}^{T_R} \alpha_C(T) dT + \int_{T_R}^{T_F} \alpha_B(T) dT + \int_{T_F}^{T_C} \alpha_A(T) dT + \int_{T_C}^{T_R} \alpha_B(T) dT + \int_{T_R}^{T_E} \alpha_C(T) dT$$



$$U_{JP} = \int_{T_E}^{T_R} \alpha_C dT + \int_{T_R}^{T_F} \alpha_B dT + \int_{T_F}^{T_C} \alpha_A dT + \int_{T_C}^{T_R} \alpha_B dT + \int_{T_R}^{T_E} \alpha_C dT$$

$$U_{JP} = \int_{T_F}^{T_C} (\alpha_A - \alpha_B) dT$$

$$U_{JP} = (\alpha_A - \alpha_B) \Delta T \quad \text{si } \Delta T \ll T$$

métal B